

# منطق و منطق گزاره‌ای

پرسش: منطق چیست؟ علم منطق به چیزهایی توجه دارد؟ تئوری منطق در چه مواردی، کاربرد دارد؟

## انواع منطق

- منطق گزاره‌ای (Propositional Logics)
- منطق مسندی یا مرتبه اول (Predicate Logics (FOL=First Order Logics)
- منطق مرتبه دوم (SOL = Second Order Logic)
- منطق مرتبه‌های بالاتر (HOL = Higher Order logics)
- ...

نکته: منطق یک نوع زبان است. منطق به عنوان زبان بازنمایی دانش، از دو بخش مهم، تشکیل شده است: ۱- گرامر ۲- معنا

پرسش: گرامر و معنا در منطق چه تعریف و مفهومی دارد؟

مثال: زبان عبارت‌های ریاضی (arithmetic expressions)

The **syntax**: says that if  $x$  and  $y$  are expressions denoting numbers, then  $x \geq y$  is a sentence about numbers.

The **semantics**: says that  $x \geq y$  is false if  $y$  is a bigger number than  $x$ , else true.

تعریف منطق با توجه به گرامر و معنا

*If the syntax and semantics are precisely defined, the language can be called logic.*

مفهوم استلزام (Entailment)

در پی مفاهیم یا حقایق درست، مفاهیم و حقایق درستی بیاید.

$$(KB \models \alpha)$$

مثال

- The KB containing 'x=3, y=7' entails  $x+2 < y$
- The KB containing 'x=3' doesn't entail  $x+2 > 7$

پرسش: مفهوم استلزام یا همان Entailment چه کاربردی می‌تواند داشته باشد؟

روش‌های استنتاج (Inference Methods)

استدلال و استنتاج، واژه‌هایی هستند که اشاره به فرایند نتیجه‌گیری و نتیجه‌سازی دارند. استنتاج مرتبط با مفهوم استلزام است (شکل ۷-۱). استنتاج و استلزام می‌توانند برای بازنمایی تفکر و رفتار خردمندانه، استفاده شوند. چرا؟

Logical inference = the process that implements the **entailment relation** between sentences.

برای اینکه مفهوم استنتاج منطقی روشن‌تر بیان شود، در ادامه چند مفهوم مهم، بررسی می‌شود.

**اعتبار (Validity):** جمله‌ای معتبر است که همواره درست باشد.

مثال

“There is a stench at [1,1] or there is not a stench at [1,1]”.

**Valid sentences = Analytic sentences = Tautologies.**

**بر آورده شدنی (Satisfiability):** جمله‌ای بر آورده شدنی است که گاهی اوقات یا در بعضی موارد، درست باشد.

مثال

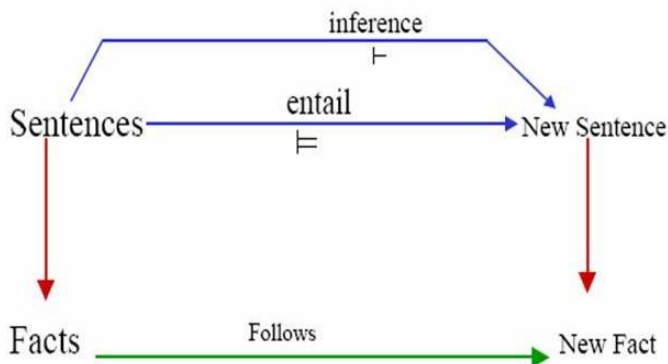
“There is a wumpus at [1,2]” is *satisfiable* because there might be a wumpus in that square.

اگر جمله ای، بر آورده شدنی نباشد، بر آورده نشدنی (Unsatisfiable) نامیده می‌شود.

“I am hot, and I am not hot”.

If an inference algorithm  $i$  can derive  $\alpha$  from KB we write  $KB \vdash_i \alpha$

**پرسش:** با توجه به مطالب و مفاهیم گفته شده، شکل ۷-۱ را تفسیر کنید؟



شکل ۷-۱: استلزام و استنتاج

**نکته:** استلزام (Entailment) مثل سوزنی در انبار گاه است و استنتاج (Inference) مثل یافتن سوزن در انبار گاه است.

**نکته:** با استفاده از دو مفهوم استلزام و استنتاج دو ویژگی مهم برای منطق و قوانین استنتاج، تعریف می‌شود.

رویه استنتاج می تواند به صورت زیر بیان شود:

$KB \vdash_i \alpha$  i.e. “ $\alpha$  is derived from KB by “ $i$ ”, or “ $i$ ” derives  $\alpha$  from KB”.

Sometimes the “ $i$ ” is implicit and omitted, The notation  $\Phi \vdash \Psi$  means: “we can infer  $\Psi$  from  $\Phi$ ”.

### جامع بودن (Soundness)

An inference procedure that generates only entailed sentences is called **sound** or **truth preserving** and the record of operation of a sound inference procedure is called a **proof**.

An inference rule is **sound** if an inferred formula is also entailed:

$$\text{If } \Phi \vdash \Psi \text{ then } \Phi \models \Psi$$

### کامل بودن (Completeness)

An inference rule is **complete** if every entailed formula can be inferred:

$$\text{If } \Phi \models \Psi \text{ then } \Phi \vdash \Psi$$

**نکته:** جامع و کامل بودن دو ویژگی استنتاج (منطق) است؛ به عبارت ساده‌تر، استنتاج می‌تواند یکی یا هر دو ویژگی بالا را داشته باشد.

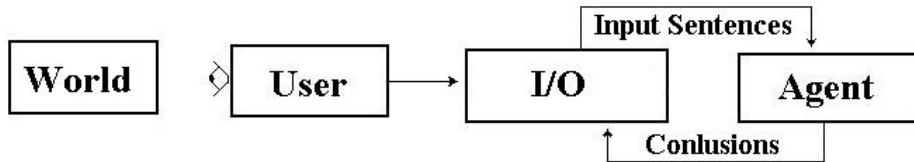
We can say that, for every  $\Phi$  and  $\Psi$ , a sound and complete inference rule ensures:

$$\Phi \vdash \Psi \text{ if and only if } \Phi \models \Psi \text{ or, even more neatly: } \vdash \equiv \models$$

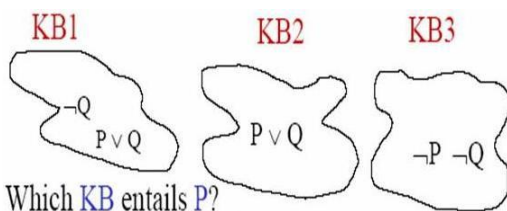


### طراحی عامل مبتنی بر منطق گزاره‌ای

- ایجاد و تکمیل پایگاه دانش توسط کاربر یا طراح عامل
- خودمختاری عامل یعنی تصمیم‌گیری و تکمیل پایگاه دانش و به روزرسانی توسط خود عامل



شکل ۲-۷: عامل مبتنی بر منطق گزاره‌ای



شکل ۳-۷: استلزام از پایگاه دانش

پرسش: کدام عامل با توجه به پایگاه دانش آن، می‌تواند گزاره P را به دنبال داشته باشد؟ چرا؟

### قوانین استنتاج برای منطق گزاره‌ای

#### 1. Modens Ponens or Implication-Elimination

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

#### 2. And-Elimination

$$\frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n}{\alpha_i}$$

#### 3. And-Introduction

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n}$$

#### 4. Or-Introduction

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_i \vee \dots \vee \alpha_n}$$

#### 5. Double-Negation Elimination

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$$

#### 6. Unit Resolution

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha}$$

#### 7. Resolution

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma} \quad \text{or} \quad \frac{\neg\alpha \Rightarrow \beta, \beta \Rightarrow \gamma}{\neg\alpha \Rightarrow \gamma}$$

پرسش: مزایا و معایب منطق گزاره‌ای چیست؟