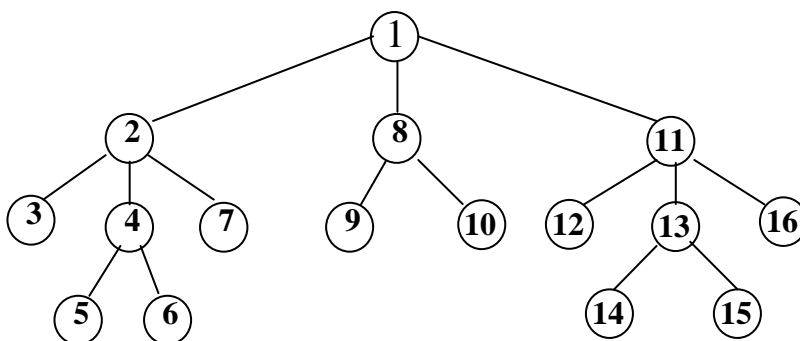


رویکرد پسگرد

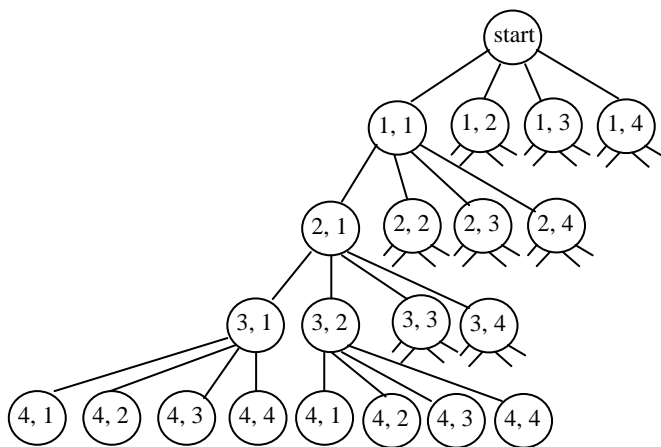
پرسش: تکنیک پسگرد چیست؟ آیا قبلاً، مشابه این مفهوم یا تکنیک را در حل مسائل به کار برده‌اید؟

جستجوی عمقی و تکنیک پسگرد

```
void depth_first_tree_search(node v)
{
  node u;
  visit v;
  for (each child u of v)
    depth_first_tree_search(u);
}
```



شکل ۸-۱: شماره گذاری گره های درخت بر اساس جستجوی عمقی



شکل ۸-۲: درخت جستجو برای مساله ۴ وزیر (هر وزیر در ردیفی جداگانه)

فضای حالت و درخت جستجو

مثال: مساله n وزیر یا n -Queens Problem

پرسش: تعداد حالت‌های ممکن در جایگذاری چهار وزیر؟

کاهش حالت‌های ممکن بطور نسبی: هر وزیر در ردیفی جداگانه

تکنیک پسگرد

The procedure whereby, after determining that a node lead to nothing but dead ends, we go back (“backtrack”) to the node’s parent and proceed with the search on the next child.

امید بخشی (Promising)

The node can lead to a solution; otherwise, it is called as non-promising.

هرس (Pruning)

Check each node whether it is promising, if not, backtracking to the node’s parent. Backtracking is the procedure to prune state space tree.

دنیا به امید بریاست و انسان به امید زنده (دهخدا)

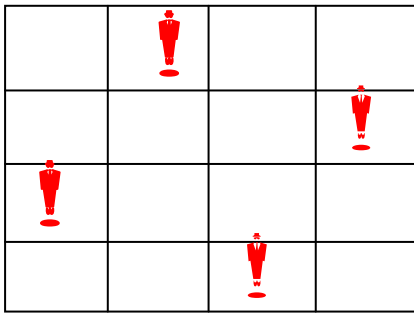
حل مساله چهار وزیر با تکنیک پسگرد

In the chessboard, two queens can not be in the same row, column or diagonal.

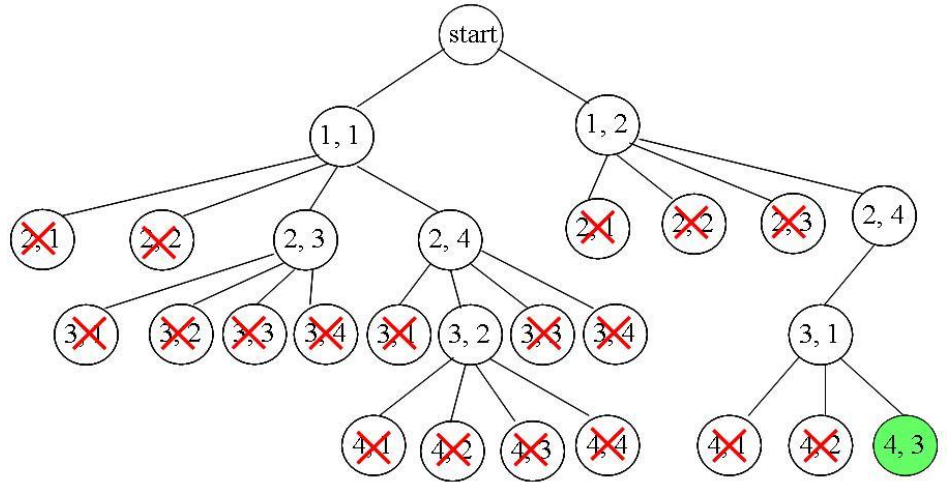
$col(i)$: the column where the queen is in the i th row.

In the same column: $col(i) = col(k)$

In the diagonal: $col(i) - col(k) = i - k$ or $col(i) - col(k) = k - i$



شکل ۸-۴: مکان مهره‌های وزیر



شکل ۸-۳: درخت جستجو مساله ۴ وزیر با تکنیک پسگرد

Number of nodes in the entire state space tree: $1 + n + n^2 + \dots + n^n = \frac{n^{n+1} - 1}{n - 1}$

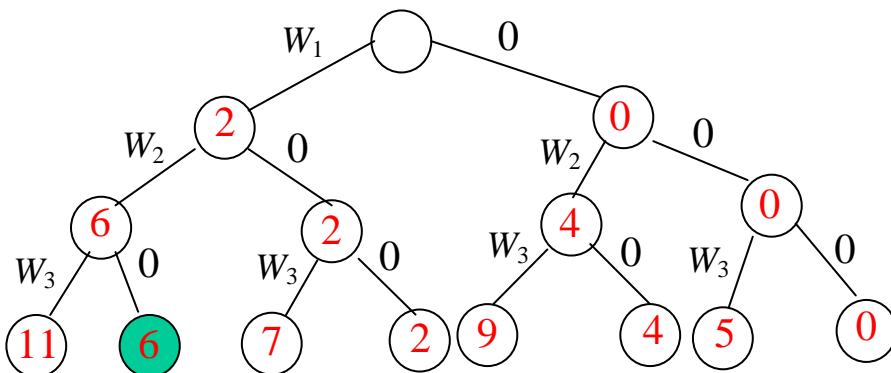
مساله حاصلجمع زیر مجموعه‌ها (The Sum-of-Subsets Problem)

پرسش: شباهت‌ها و تفاوت‌های مساله حاصلجمع زیر مجموعه‌ها با مساله کوله پشتی را بیان کنید.

In the knapsack problem, if the profit of each item is the same, then the goal is to maximize the total weight while not exceed W .

So the thief might first try to determine whether there was a set whose total weight equaled W . The problem of determining such sets is called the Sum-of-Subsets Problem.

مثال: فرض کنید که



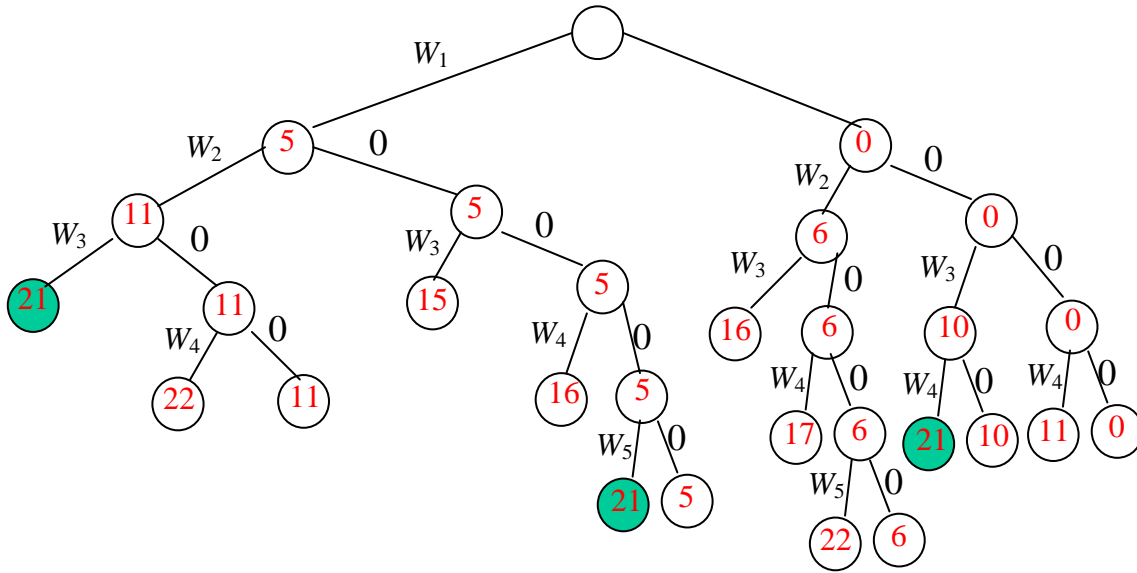
شکل ۸-۵: درخت جستجوی مثال

$n = 3,$

$W = 6,$

$w_1 = 2, w_2 = 4, w_3 = 5.$

اگر به راه خطا رفتی، از برگشتن مترس (کنفوسیوس)



مثالی دیگر: فرض کنید که

$n = 5, W = 21$, and

$w_1 = 5, w_2 = 6,$
 $w_3 = 10, w_4 = 11,$
 and $w_5 = 16$.

شکل ۸-۶: درخت جستجو برای یافتن مجموع ۲۱، در مساله حاصلجمع مجموعه‌ها

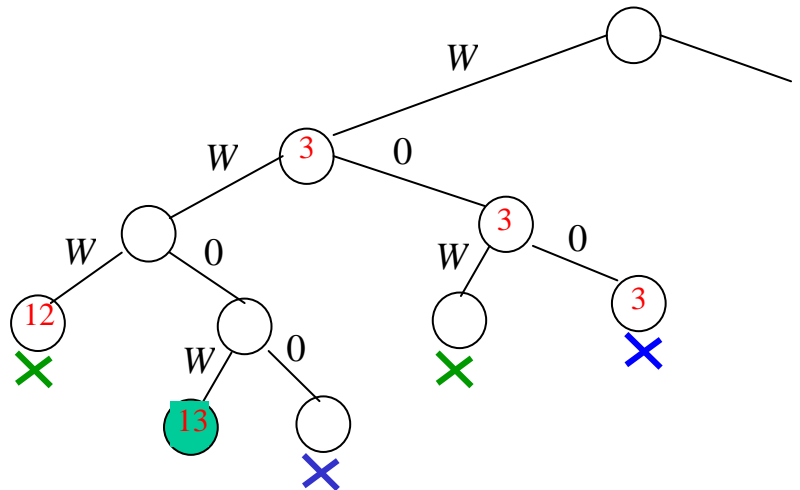
حل مثالی از مساله حاصلجمع زیر مجموعه‌ها با تکنیک پسگرد

Suppose that $n = 4, W = 13$, and
 $w_1 = 3, w_2 = 4, w_3 = 5, w_4 = 6$.
 Find the solutions.

For the weights sorting in **non-decreasing** order,

1- a node is nonpromising if
 $weight + w_{i+1} > W$
 where $weight$ is the total weight up to a node at level i .

2- $weight + total < W$ is also nonpromising.

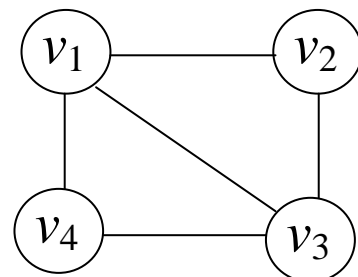


شکل ۸-۷: درخت جستجو با اعمال تکنیک پسگرد

مساله رنگ آمیزی گراف (m-Coloring Problem)

Find all ways to color an undirected graph using at most m color, so that no two adjacent vertices are the same color.

If $m = 2$, no solution.
 If $m = 3$



شکل ۸-۸: گراف مثال

از دست دادن امیدی بوج و محال خود موفقیت و پیشرفتی بزرگ است. (شکسپیر)

حل مساله کوله پشتی صفر و یک با رویکرد پسگرد

نخست به تعیین گره‌های غیرامیدبخش می‌پردازیم:

گره‌های غیرامیدبخش؛ در مساله کوله پشتی صفر و یک با رویکرد پسگرد، گره ای غیرامید بخش است که یکی از دو شرط زیر را داشته باشد:

-۱

weight : the sum of the weights of the items that have been included up to some node. $\Rightarrow weight \geq W$

profit : the sum of the profits of the items included up to some node.

Initialization: $bound = profit, totweight = weight$

-۲

$\Rightarrow bound \leq maxprofit$

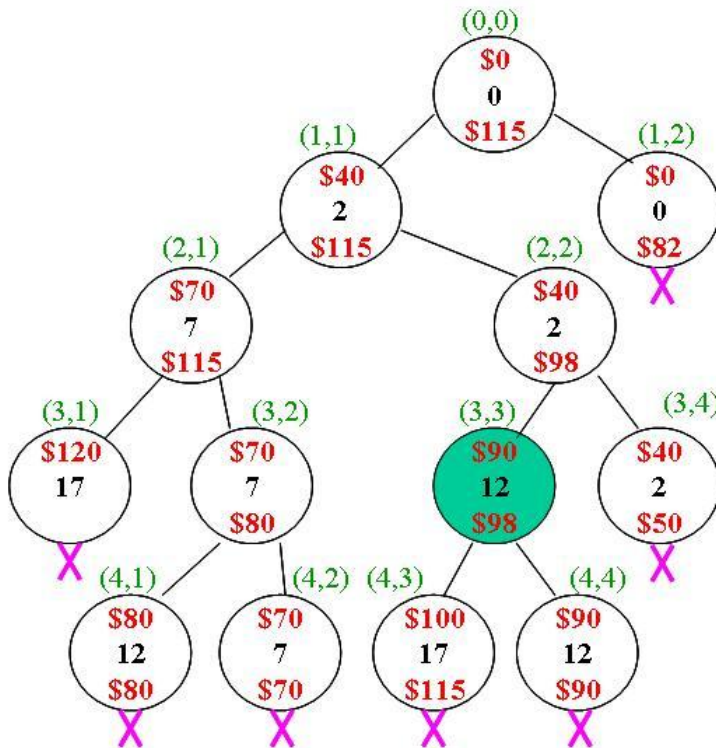
$$totweight = weight + \sum_{j=i+1}^{k-1} w_j$$

$$bound = \underbrace{\left(profit + \sum_{j=i+1}^{k-1} p_j \right)}_{\text{Profit from first } k-1 \text{ items taken}} + \underbrace{(W - totweight)}_{\text{Capacity available for } k\text{th item}} \times \underbrace{\frac{p_k}{w_k}}_{\text{Profit per unit weight for } k\text{th item}}$$

مثال: فرض کنید که

$n = 4, W=16,$
and we have the following

i	p_i	w_i	p_i/w_i
1	\$40	2	\$20
2	\$30	5	\$6
3	\$50	10	\$5
4	\$10	5	\$2



شکل ۸-۹: حل مساله کوله پشتی صفر و یک با رویکرد پسگرد

تمرین‌ها

تمرین ۸-۱: تعداد گره‌های تولید شده در درخت جستجو در این مثال چیست؟ در بدترین حالت این تعداد چگونه خواهد بود؟ چگونه می‌توان تعداد گره‌های تولید شده را کاهش داد؟

امید در زندگی بشر آنقدر اهمیت دارد که بال برای پرنده! . (آرتور شوپنهار)